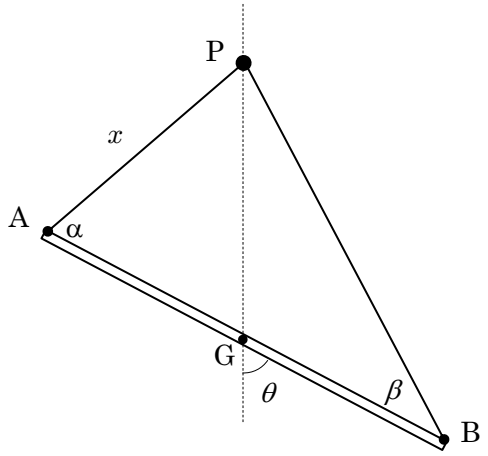
物　　理　（その１）

第１問

質量 M、長さ $2L$ の細い棒 AB に長さ $3L$ の細くて丈夫なひもをつけ、ひも上の点 P で固定し、図のようにぶら下げて静止させる。このとき、AP の長さを x とする（ただし、$\frac{L}{2}<x<\frac{3L}{2}$）。棒は一様で棒の重心 G は棒の中心にある（AG=GB=L）。

棒 AB が鉛直方向となす角を θ とし、∠PAG=α、∠PBG=β、PG 間の距離（長さ）を PG=H、AP 間のひもの張力を T_1、BP 間のひもの張力を T_2、重力加速度の大きさを g とする。



問1　棒に沿う方向（AB 方向）の力のつり合いの式、および棒 AB に垂直な方向の力のつり合いの式を、それぞれ M、g、T_1、T_2、θ、α、β を用いて表せ。

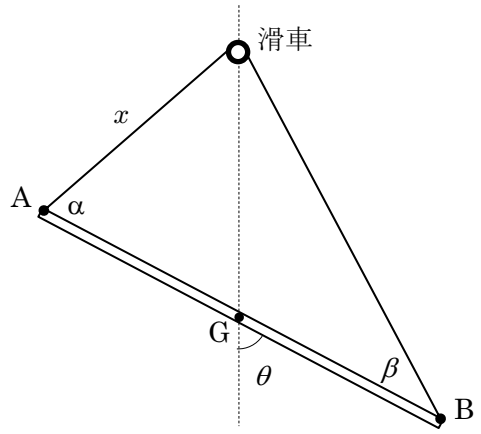
問2　点 G のまわりの力のモーメントのつり合いの式を L、T_1、T_2、α、β を用いて表せ。

図形的に見て、三角形 ABP や三角形 AGP に関して正弦定理を用いることで、三角関数の比 $\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}$ や $\frac{\sin\theta}{\sin\alpha}$ を三角形の辺の比を用いて表すことができる。このことを用いて、

問3　張力の比 $\frac{T_1}{T_2}$ を L と x を用いて表せ。

問4　張力 T_1 を M、g、x、H を用いて表せ。

つぎに、ひも上の点 P で固定する代わりに、軽くなめらかで十分に小さな滑車にひもをかけ、滑車と A の間のひもの長さが x になる位置（右図）で、ひもが緩まないようにして、棒を支えて静止させる。



問5　棒 AB とひもの全体を静止させた後、静かに手をはなす。その直後、棒 AB が鉛直方向となす角 θ はどう変化するか、その理由も含めて述べよ。

ただし、$\frac{L}{2}<x<\frac{3L}{2}$ とする。

物　理　（その２）

第２問

なめらかに動くピストンのついたシリンダーの中に理想気体が閉じ込められている。シリンダーには温度調節器がついていて気体の温度を調節できる。温度調節器以外の部分、ピストンとシリンダーは断熱材でできている。また、温度調節器は熱を出入りさせるだけでなく、熱の出入りを遮断することができ、気体を断熱変化させることもできるものとする。大気圧を P_0、大気の温度（絶対温度）を T_0、シリンダー内側の断面積を S、気体定数を R、気体の定積比熱を $\frac{3}{2}R$、重力加速度の大きさを g とする。

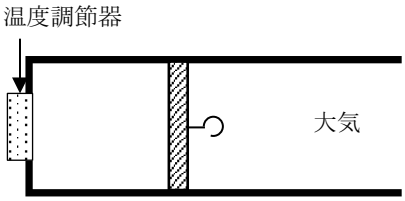


図１：状態 A

はじめ、シリンダーを水平に置いた状態（図１）で、シリンダー内の気体の圧力と温度は大気の圧力と温度に等しくなっている（状態 A）。状態 A のとき、シリンダー内に閉じ込められている気体の体積を V_0 とする。

まず、図２のように、フックにおもりをつけて気体の温度を一定に保ちながら、シリンダーの開口部が下に向くように、ゆっくり鉛直に立てて、ピストンがつり合いの位置にくるまでピストンをゆっくり移動させた（状態 B）。ピストンの質量が M、おもりの質量が $2M$ であり、フックの質量は無視できるものとする。

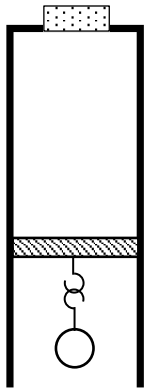


図２：状態 B

以下において、$5Mg = P_0S$ という関係があるとして解答せよ。

問1　状態 B の気体の圧力と体積を求め、P_0、S、V_0 のうち必要な文字を用いて表せ。

つぎに、温度調節器からの熱の出入りを遮断する。その後、おもりを静かにフックから外して取り除き、ピストンが静止する位置までゆっくり移動させた（状態 C）。断熱変化において、この気体では $\gamma = \frac{5}{3}$ として、(圧力)×(体積)$^{\gamma}$ ＝(一定)　が成り立つことを用いてよい。

問2　状態 C の気体の体積と温度を求め、P_0、V_0、T_0 のうち必要な文字を用いて表せ。

問3　状態 B から状態 C への状態変化における気体の内部エネルギーの変化の大きさを求め、P_0、V_0 を用いて表せ。また、内部エネルギーは増加するか減少するか、解答欄の正しい選択肢を〇で囲め。

状態 C になった後、再び温度調節器を稼働させ、圧力一定のもと、気体の温度が大気の温度と等しくなるまでゆっくり変化させた（状態 D）。

問4　状態 A から状態 D までの状態変化のグラフを解答欄の圧力-体積グラフに描け。ただし、グラフを描く際に、$2^{\frac{3}{5}} \fallingdotseq 1.5$ と近似してよいものとする。

物　　理　（その３）

第３問

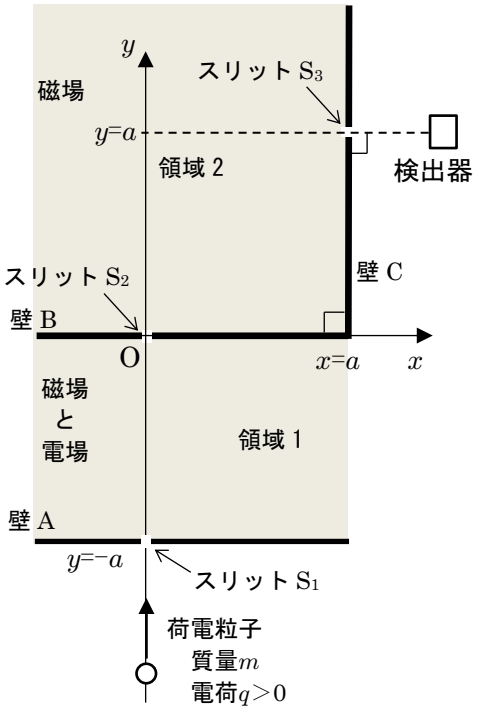
図のように、y 軸に直交する壁 A、壁 B を距離 a 隔てて置き、それぞれ y 軸との交点にスリット S_1、S_2 を開ける。スリット S_2 の位置を xy 座標の原点 O (0, 0)にとり、スリット S_1 の座標を $(0, -a)$ とする。また、x 軸に直交する壁 C を $x=a$ に置く。壁 C 上の座標 (a, a) の位置にはスリット S_3 がある。

壁 A と壁 B に挟まれた空間を領域１、壁 B と壁 C で区切られた $x<a$ かつ $y>0$ の空間を領域２とする。

領域１と領域２には、紙面に対して垂直な向きの一様な磁場をかける。領域１と領域２の磁場の向きと強さは同じである。これに加えて、領域１にだけ x 軸と平行な向きに一様な電場をかける。

壁 C 上のスリット S_3 から x 軸の正の向きに進んだ先に荷電粒子の検出器を置く。この検出器はスリット S_3 を壁 C と垂直に（x 軸と平行な向きに）通過した荷電粒子のみを検出する。

いま、十分に小さい荷電粒子（質量 m、電荷 $q>0$）を多数個用意して、スリット S_1 から壁 A に対して垂直に、いろいろ異なる速さをもつ荷電粒子を次々に入射させる。



問1　荷電粒子が検出器で検出されるには、磁場の向きは紙面の裏→表の向きと表→裏の向きのどちらでなければならないか？また、領域１の電場の向きは x 軸の正負どちら向きでなければならないか？解答欄にある正しい選択肢を〇で囲め。

つぎの問２と問３では、領域１の電場の強さを E、磁束密度の大きさを B とする。

問2　スリット S_2 を通過することができる荷電粒子の速さを求めよ。

問3　問２で求めた速さの荷電粒子が領域２に入ると円運動し、壁 C に達しなければ壁 B と衝突する。このときの円運動の半径と、スリット S_2 を通過してからはじめて壁 B に衝突するまでにかかる時間を求めよ。

つぎに、領域１の電場の強さを E_0 にする。そして、磁束密度の大きさを 0 から徐々に増加させて検出器で荷電粒子を検出する場合を考える。ただし、荷電粒子が壁 B や壁 C に衝突するとき、完全弾性衝突するものとする。また、以下において、荷電粒子が領域１と領域２を通過している間、磁場や電場は一定に保たれているものとする。

問4　磁束密度の大きさを 0 から増加させると、磁束密度の大きさが B_1 のときに荷電粒子がはじめて検出された。荷電粒子がスリット S_2 を通過してからスリット S_3 に達するまでにかかる時間 T_1 と磁束密度の大きさ B_1 を求め a、m、q、E_0 のうち必要な文字を用いて答えよ。

物　　理　（その４）

問5　磁束密度の大きさを B_1 からさらに増加させると、一旦、荷電粒子が検出されなくなったが、磁束密度の大きさが B_2 になると、問４の場合の速さとは異なる速さの荷電粒子が検出された。この時の B_2 は B_1 の何倍か？また、荷電粒子がスリット S_2 を通過してからスリット S_3 に達するまでにかかる時間は T_1 の何倍か？

つぎに、磁束密度の大きさを問５の B_2 に固定し、領域１の電場の強さを E_0 から大きくしていく。

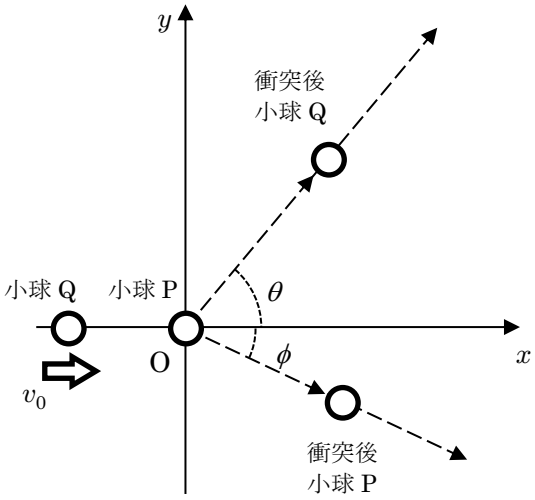
問6　電場の強さを E_0 から大きくしていくと、一旦、荷電粒子が検出されなくなったが、電場の強さが E_1 になると再び検出された。この時の電場の強さ E_1 は E_0 の何倍か？

物　　理　（その５）

第４問

なめらかで水平な xy 平面上の原点 O に小球 P を静止させ、右図のように小球 Q を x 軸負の側から小球 P に衝突させる。このとき、衝突前の小球 Q の速度は x 軸正の向きに速さ v_0 であるとする。小球 P と小球 Q は完全弾性衝突する。

小球 Q の衝突後の速度を測ることによって、小球 P の衝突後の速度や質量を調べることが出来る。
衝突後の小球 Q の速さを v_1 、小球 Q の速度の方向と x 軸とのなす角をθ、小球 P の速度と x 軸とのなす角をϕとする（ただし、0°≦ θ≦180°、0°≦ ϕ≦90°とする）。



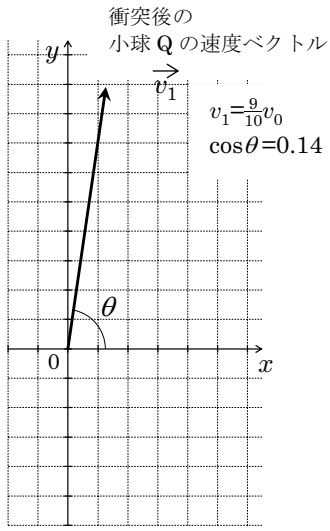
問1　$\tan\phi$を求め、v_0、v_1、θ を用いて表せ。求める過程と説明を解答欄に書け。

問2　小球 P の質量は小球 Q の質量の何倍かを求め、v_0、v_1、θ を用いて表せ。

いま、v_1 とθ を測定したところ $v_1=\frac{9}{10}v_0$、$\cos\theta=0.14$ であった。以下の問いに答えよ。

問3　角度 ϕ の値として一番近い選択肢を選び、解答欄に（ア)～(キ) の記号で答えよ。
(ア) 0°、(イ) 15°、(ウ) 30°、(エ) 45°、(オ) 60°、(カ) 75°、(キ) 90°

問4　小球 P の質量は小球 Q の質量の何倍か。

問5　衝突後の小球 P の速度ベクトル（向きと大きさ）を解答欄の図中に原点を始点として図示せよ。その際、解答欄の図中に示されている衝突後の小球 Q の速度ベクトル $\vec{v_1}$ に対して、小球 P の速度ベクトルの大きさと向きをできるだけ正しく描け。

ただし、図中の縦軸横軸の 1 目盛の大きさは速度ベクトルの大きさ $\frac{1}{10}v_0$ に対応している。